

УДК 330.341.1

Білоцерківський О.Б.

канд. техн. наук, ст. викладач

Національний технічний університет „ХПІ”

Ширяєва Н.В.

Національний технічний університет „ХПІ”

ДОСЛІДЖЕННЯ ЧИСЕЛЬНОСТІ НАСЕЛЕННЯ УКРАЇНИ ЗА 1990-2005 З ВИКОРИСТАННЯМ РЯДІВ ДИНАМІКИ

Однією з найактуальніших проблем країн Східної Європи є демографічна криза населення. В статті досліджено чисельність населення України за 1990-2005 р.р., розроблено її математичну модель та визначено прогнозне значення у 2007 році. Наведено можливі причини скорочення населення України.

One of the major problems of East European countries is the demographic crisis of population. This paper presents the research of Ukrainian population during 1990-2005. The mathematical model of the population is developed. The predicted value is obtained for 2007. The possible reasons of reduction of Ukrainian population are presented.

Ключові слова: чисельність населення України, динамічний ряд, метод аналітичного вирівнювання, лінія тренду, точковий та інтервальний прогноз.

Вступ

Впродовж 1995-2005 рр. чисельність населення України зменшилася на 4,5 мільйонів чоловік. Коефіцієнт смертності зріс більш ніж на 20%, тоді як коефіцієнт народжуваності знизився більш ніж на 28%. Крім того, Україна за останні 8-9 років стала «найстарішою» з демографічної точки зору країною на території колишнього Радянського Союзу. Тому актуальними є дослідження чисельності населення України в його розвитку за часом та оцінка можливих наслідків демографічної кризи у 2007 році.

Це завдання вирішується побудовою та аналізом рядів динаміки [1 - 3]. При аналізі рядів динаміки важливо виявити загальну тенденцію розвитку (тренд) чисельності населення. Ця задача в статистиці називається вирівнюванням динамічних рядів [1 - 3]. До способів і методів вирівнювання динамічних рядів можуть бути віднесені такі [1-3]: збільшення інтервалів,

визначення ковзкої середньої, аналітичне вирівнювання. Використання в аналізі рядів динаміки способу збільшення інтервалів та методу ковзної середньої дозволяє виявити тренд для його опису, але отримати узагальнюючу статистичну оцінку тренду цими підходами неможливо [1]. Тому вирішення цієї задачі – вимір тренда – досягається методом аналітичного вирівнювання.

Постановка задачі

За даними Держкомстату чисельність населення України за 1990 – 2005 рр. на кінець відповідного року складає, тис. осіб [4] (табл. 1).

Необхідно визначити: а) вид лінії тренду, б) параметри рівняння регресії ліній тренду, в) точковий та інтервальний прогноз щодо чисельності населення України у 2007 році.

Таблиця 1

Рік	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997
Кількість населення	51944,4	52056,6	52244,1	52114,4	51728,4	51297,1	50818,4	50370,8
Рік	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Кількість населення	49918,1	49429,8	48923,2	48457,1	48003,5	47622,5	47280,8	46929,5

Методологія

Чисельні дані, наведені в таблиці 1, являють собою динамічний ряд. Тому для вирівнювання динамічних рядів використовується метод аналітичного вирівнювання. В основі методу лежить встановлення функціональної залежності рівнів ряду від часу $Y_t = f(t)$ з використанням кореляційно-регресивного аналізу. При цьому на практиці застосовуються найчастіше математичні функції такого виду:

$$\text{а) лінійна } Y_t = a_0 + a_1 t; \quad (1)$$

$$\text{б) параболічна } Y_t = a_0 + a_1 t^2; \quad (2)$$

$$\text{в) гіперболічна } Y_t = a_0 + a_1 \frac{1}{t}; \quad (3)$$

$$\text{г) степенева } Y_t = a_0 a_1^t, \quad (4)$$

де a_0, a_1 - параметри, які знаходяться методом найменших квадратів, t – порядковий номер періоду.

Розрахунок параметрів математичних функцій (1) – (4) здійснюється методом найменших квадратів (МНК) [1 - 3]. Він дає можливість знайти ту залежність, яка найближче проходить до точок фактичних даних на графіку в осях координат “ t – y ”, тобто дає найменшу суму квадратів відхилень фактичних значень результативної ознаки y від вирівняних (теоретичних) значень Y_t :

$$\sum (y - Y_t)^2 = \min. \quad (5)$$

На основі цієї умови отримують систему нормальних рівнянь для розрахунку параметрів a_0, a_1 , де в якості фактора x виступає час t .

В практичній діяльності може виникнути необхідність інтерполяції або екстраполяції рядів динаміки [1 - 3].

Інтерполяція – це знаходження відсутніх проміжних рівнів ряду. Знаючи рівняння тренду для обчислення теоретичних рівнів і підставляючи в нього проміжне значення t між заданими, можна визначити йому відповідний теоретичний рівень результативного фактору Y_t .

Екстраполяція використовується при прогнозуванні суспільних явищ у майбутньому з припущенням, що виявлена тенденція буде зберігатися і надалі за межами досліджуваного ряду динаміки. При цьому значення t за межами динамічного ряду підставляють у трендове рівняння і отримують точкове прогнозоване значення рівня тренду Y_{np} у майбутньому.

На практиці результат екстраполяції прогнозованих рівнів соціально-економічних явищ звичайно виконують інтервальними оцінками. Для визначення меж інтервалів використовується інтервальна нерівність [1 - 3]:

$$Y_t - t_1 \sigma_\varepsilon \leq Y_{np} \leq Y_t + t_1 \sigma_\varepsilon, \quad (6)$$

де t_1 – коефіцієнт довіри за розподілом Ст’юдента, σ_ε - залишкове

середнє квадратичне відхилення $\sigma_\varepsilon = \sqrt{\frac{\sum (y - Y_t)^2}{(n - m)}}$, n – кількість рівнів

розглянутого (базисного) ряду динаміки, m – кількість параметрів теоретичної залежності тренду, $(n-m)$ – число ступенів вільності, Y_t – дискретне (точкове) значення прогнозного рівня.

Результати дослідження

Загальне уявлення про характер тенденції зміни явища можна отримати із графічного зображення ряду динаміки (рис. 1). Із графіка видно, що фактичні дані ряду динаміки (точки на рис. 1) розміщені близько до прямої лінії. Тоді вирівнювання ряду динаміки здійснюється за прямою, яка описується рівнянням тренду у вигляді функції $Y_t = a_0 + a_1 t$, де a_0, a_1 - параметри рівняння тренду, t – порядковий номер періодів часу.

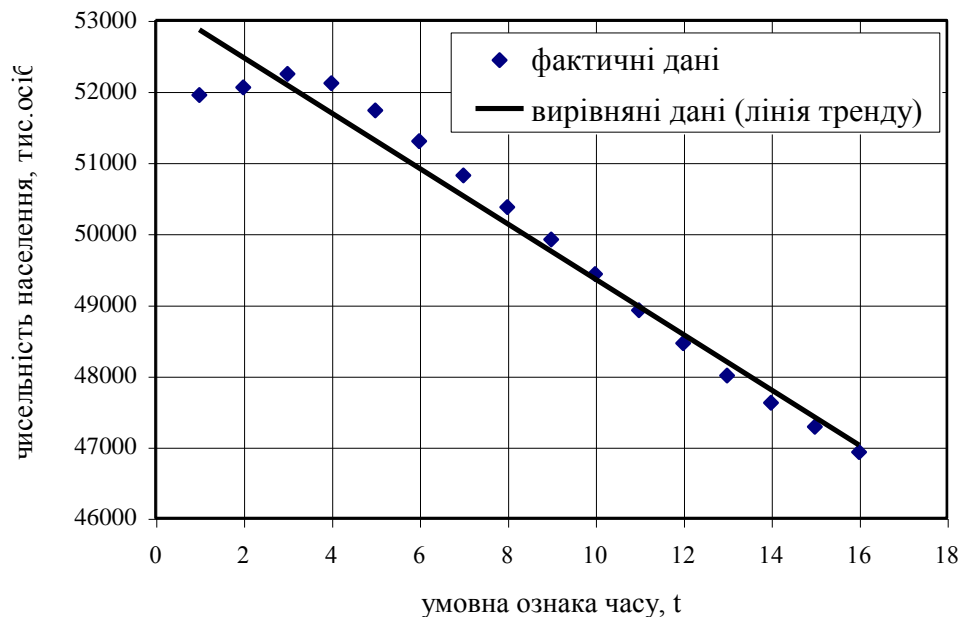


Рис. 1. Чисельність населення України за 1990-2005 р.р.

Параметри рівняння прямої, які задовольняють МНК, знаходяться із рішення такої системи:

$$\begin{cases} 16a_0 + 136a_1 = 799138,7; \\ 136a_0 + 1496a_1 = 6660413. \end{cases}$$

Із рішення даної системи визначимо параметри лінії тренда:
 $a_0 = 53253$, $a_1 = -389,02$.

Тоді рівняння, що описує пряму лінію тренду, буде мати такий вигляд:

$$Y_t = 53253 - 389,02t.$$

Визначимо точковий і інтервальний прогнози на 2007 рік, скориставшись рівнянням тренду. Для 2007 року $t=18$. Отже, за точковим прогнозом на 2007 рік чисельність населення України становитиме:

$$Y_{np} = 53253 - 389,02t = 53253 - 389,02 \cdot 18 = 46250,64 \text{ тис. осіб.}$$

Для встановлення інтервального прогнозу на 2007 рік скористаємося залежністю (6). Визначимо залишкове середнє квадратичне відхилення з урахуванням отриманих даних при $n=16$ і $m=2$.

$$\sigma_{\varepsilon} = \sqrt{\frac{\sum (y - Y_t)^2}{(n - m)}} = \sqrt{\frac{1826429,11}{16 - 2}} = \sqrt{130459,22} \approx 361,2.$$

Коефіцієнт довіри t_1 вибирається з статистичних таблиць t-розподілу Ст'юдента в залежності від рівня значимості $\alpha = 0,05$ і числа ступенів вільності $(n-m)=16-2=14$: $t_1=1,76$ [3]. Тоді прогнозне значення чисельності населення України (тис. осіб) у 2007 році з ймовірністю 95% буде знаходитися в межах:

$$46250,64 - 1,76 \cdot 361,2 \leq Y_{np} \leq 46250,64 + 1,76 \cdot 361,2;$$
$$45614,93 \leq Y_{np} \leq 46886,352.$$

Висновки

1. За даними про чисельність населення України визначено вид лінії тренду: лінійна функція.

2. Отримано параметри рівняння регресії ліній тренду: $a_0 = 53253$, $a_1 = -389,02$. Це означає, що кожен рік населення України зменшується на 389,02 тис. осіб. Причинами цього явища можуть бути [5]: 1) зниження кількості сімей, 2) матеріальні фактори, 3) кожен п'ятий працездатний українець працює за кордоном, 4) зниження народжуваності внаслідок зменшення питомої ваги жінок в продуктивному віці.

3. Зроблено точковий та інтервальний прогноз щодо населення України у 2007 році. За точковим прогнозом чисельність населення України становитиме $Y_{np} = 46250,64$ тис. осіб. За інтервальним прогнозом значення чисельності населення України у 2007 році з ймовірністю 95 % буде знаходитися в межах: $45614,93 \leq Y_{np} \leq 46886,352$ тис. осіб.

Література: 1. Лугінін О.Є., Білоусова С.В. Статистика: Підручник. – К.: Центр навчальної літератури, 2005. – 580 с. 2. Кремер Н.Ш., Путко Б.А. Эконометрика: Учебник для вузов / Под ред. Проф. Н.Ш. Кремера. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2005. – 311 с. 3. Наконечний С.І., Терещенко Т.О., Романюк Т.П. Економетрія: Підручник. – К.: КНЕУ, 2005. – 520 с. 4. <http://www.ukrstat.gov.ua>. 5. <http://www.rezonans.info/index.php?p=article&alD=51>.